Jan Cwanek

Zbiór zadań

z matematyki i fizyki

o treściach wychowawczych i poznawczych

dla gimnazjum

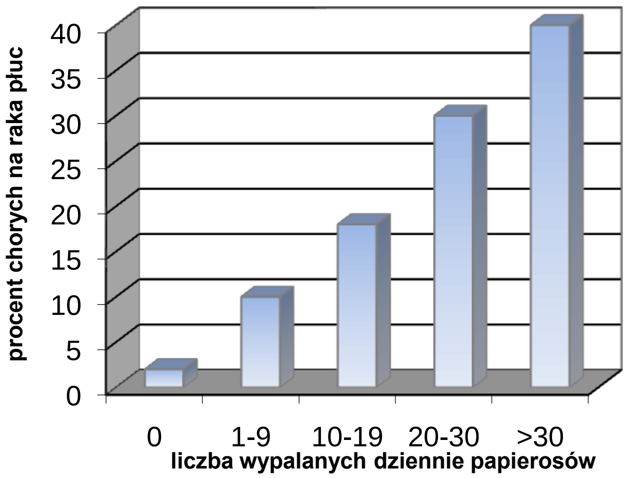
Racibórz 2011

Spis treści

I. Wpływ palenia papierosów na organizm palącego

Zadanie. 1.

Diagram przedstawia zależność zachorowań na raka płuc od liczby wypalanych dziennie papierosów. Sformułuj zależność ryzyka zachorowania od liczby wypalanych przez ciebie papierosów.



Odpowiedź:

1) Nie palę papierosów, dlatego ryzyko choroby wynosi około 0,2 %.

2) Uczeń udziela pisemnej odpowiedzi interpretując dane i dokonując szacowania, np. dla 7 papierosów ryzyko wynosi około 8%.

Wspólnie zredagowany komentarz zapisany w formie notatki zeszycie przedmiotowym.

Zadanie 2.

Przeciętny Polak wypala około 2300 papierosów rocznie. O ile dni skraca sobie corocznie życie, jeżeli jeden papieros zabiera nam statystycznie 5 minut życia?

Rozwiązanie:

x – czas straconego życia

$x = 2500 \cdot 5$

$x = 12.500$ minut = 208 h 20 min. = 8 dni 16 h 20 min = około 9 dni

Odpowiedź: Przeciętnie palacz skraca sobie corocznie życie o 9 dni.

Zadanie 3.

Wraz z dymem papierosowym palacz wdycha około 4,1 mg nikotyny, a wydycha 0,8 mg tej substancji. Jaki procent trucizny zostaje w organizmie palacza?

Rozwiązanie:

$$\frac{4{,}1mg}{100\%}=\frac{0{,}8\,mg}{x} \qquad x=\frac{0{,}8mg\cdot 100\%}{4{,}1mg} \qquad x\approx 19{,}5\%$$

$$100\%-19{,}5\%=80{,}5\%$$

Odp.: W organizmie palacza zostaje około 80,5% wdychanej nikotyny.

Zadanie 4.

Wiadomo, że jednorazowa dawka powyżej 40 mg nikotyny może powodować zgon. Wraz z dymem z jednego papierosa palacz wdycha 4.1 mg tej trucizny. Oblicz ile papierosów stanowi dawkę śmiertelną, jeżeli palacz przyswaja średnio 80% tego związku z dymu papierosowego.

Rozwiązanie:

p – szukana liczba papierosów

Obl. przyjętą dawkę z jednego papierosa:

80% z 4,1 mg = $0{,}8\cdot 4{,}1\approx 3{,}3$mg

Obl. p:

p= $\frac{40mg}{3{,}3mg}\cong 12$ papierosów

Odpowiedź: Dawkę śmiertelną może stanowić 12 papierosów wypalonych jeden po drugim.

II. Wpływ narkotyków na funkcjonowanie mózgu

Zadanie 1.

Ludzki mózg zbudowany jest z około 10 mld komórek nerwowych[1]. Przestaje trwale prawidłowo funkcjonować już przy ubytku 3% tych komórek. Ile dawek narkotyku powoduje takie zniszczenie, jeżeli jedna dawka niszczy statystycznie około 40 milionów?

Zastanów się nad ceną, jaką ponosisz dla chwilowej przyjemności.

Rozwiązanie:

3% z $10^{10} = 0{,}03 \times 10^{10} = 3 \times 10^{8}$ komórek $= 300.000.000$

$3 \times 10^{8} : 4 \times 10^{7} = 0{,}75 \times 10 \approx 7$ dawek

Odpowiedź.: Mózg przestaje trwale normalnie funkcjonować już po około 7 dawkach narkotyku.

Zadanie 2.

Oblicz długość odcinka, jaki powstałby z 10 milionów zniszczonych komórek mózgowych ułożonych jedna za drugą, zakładając, że średnica przeciętnej komórki wynosi 1/1000 mm.

Rozwiązanie:

$10^{7} \times 10^{-3}$ mm $= 10^{4}$ mm $= 10$ m.

Odpowiedź: Zniszczone komórki mózgowe utworzyłyby odcinek o długości 10 m.

Zadanie 3.

Ludzki mózg zbudowany jest z około 10 mld komórek nerwowych. Każda z nich może wytworzyć około 25.000 połączeń. Oblicz łączną długość połączeń w naszym mózgu, wiedząc, że jest ich około 43 mld, a ich średnia długość wynosi około 0,01 mm.

---

[1] Wartość umowna, zachowany rząd wielkości

Rozwiązanie:

$$43\,mld = 43 \cdot 10^{10}$$

$$1\,mm = 10^{-3}\,m$$

$$0{,}01\,mm = 0{,}01 \cdot 10^{-3}\,m = 10^{-2} \cdot 10^{-3} = 10^{-5}\,m$$

$$10^{-5}\,m \cdot 43 \cdot 10^{10} = 43 \cdot 10^{-5+10}\,m = 43 \cdot 10^{5}\,m = 4.300.000\,m = 4.300\,km$$

Odpowiedź: Suma połączeń nerwowych w naszym mózgu wynosi około 4300 km.

III. Znaczenie krwi dla naszego zdrowia

Zadanie 1.

Krew stanowi około 6,5% masy ciała człowieka. Wiedząc, że średnia gęstość tej tkanki wynosi 1,05 kg/litr oblicz, ile krwi krąży w twoim organizmie. Wynik podaj w litrach.

Rozwiązanie.:

np. 6,5% · 70 kg = 4,55 kg krwi
V – szukana objętość krwi

$$V = \frac{4{,}55\,kg}{1{,}05\,\frac{kg}{dm^3}} \approx 4{,}3\,l$$

Odpowiedź: W moim organizmie krąży około 4,3 l krwi.

Zadanie 2.

Na podstawie tabeli określ, kto – może być najlepszym dawcą krwi. Który biorca może otrzymać krew dowolnej grupy?

Napisz:

- dlaczego każdy powinien znać swoją grupę krwi?
- dlaczego nie powinniśmy wahać się przed koniecznością oddania krwi?
- czego nie należy robić, by móc zawsze oddać krew?

Odpowiedź w formie wychowawczego komentarza zredagowanego przez klasę pod kierunkiem nauczyciela.

Grupa krwi		**dawca**			
		0	**A**	**B**	**AB**
biorca	**0**	+	–	–	–
	A	+	+	–	–
	B	+	–	+	–
	AB	+	+	+	+

+ oznacza „można przetaczać”,
– oznacza „nie można przetaczać”

Zadanie 3.

Krwiodawcy oddają systematycznie 200 ml krwi. Oblicz jaki to procent ilości Twojej krwi. Wykonaj obliczania wiedząc, że gęstość krwi wynosi około 1,05 g/cm^3 i stanowi około 6,5% masy Twojego ciała. Czy możesz bezpiecznie oddać 200 ml (200 cm^3) krwi, wiedząc, że niebezpieczna jest utrata około 20% objętości tej tkanki?

Rozwiązanie.:

np. uczeń waży 60 kg

6,5% z 60 kg = 0,065 · 60 kg = 3,9 kg krwi

$$V = \frac{3{,}9\,kg}{1{,}05\,\frac{kg}{dm^3}} \approx 3{,}7\,l$$

$$\frac{3{,}7}{100\%} = \frac{0{,}2}{x}$$ Po wykonaniu obliczeń:

x = 5,4%

Odpowiedź oczekiwana.: Porcja oddawana przez krwiodawców stanowi 5,4% mojej krwi. Mogę bezpiecznie oddać na potrzeby chorego człowieka tę ilość krwi, bo jest to około 4 razy mniej od ilości niebezpiecznej utraty tej tkanki.

Praca samodzielna: Jakie znaczenie dla społecznego zdrowia ma działalność krwiodawców?

IV. Materia i siły

Zadanie 1

Jakich materiałów należy użyć do zbudowania budy dla psa, aby była ciepła i sucha (nieprzemakalna)? Dlaczego należy dbać o zwierzęta domowe?

Zadanie 2

Marek i Andrzej pojechali na wakacje nad morze z wysokim wybrzeżem klifowym. Pewnego dnia postanowili wyjść na taras widokowy mieszczący się na wysokim urwisku. Wybrali różne drogi. Marek postanowił wspinać się po klifie, a Andrzej poszedł dłuższą drogą – wejściem turystycznym. Spotkali się na górze.

a) Który z nich wykonał większą pracę w polu grawitacyjnym? Przyjmij, że chłopcy mają takie same masy ciała.
b) Który z nich zachował się właściwe i dlaczego?

Oczekiwane odpowiedzi:

ad a) Wykonali jednakową pracę w polu grawitacyjnym, bo pokonali tą samą wysokość.

ad b) Niewłaściwie zachował się Marek, bo wspinał się po klifie. Wybrzeże klifowe znajduje się pod ochroną, a wspinanie się po nim jest szczególnie niebezpieczne ze względu na luźny materiał skalny. Andrzej powinien zwrócić mu na to uwagę i skłonić do wycieczki wyznaczoną trasą.

Zadanie 3

Marek i Andrzej postanowi zmierzyć, który z nich szybciej wejdzie na maszt do przesyłu energii elektrycznej o wysokości 8 metrów. Markowi czynność ta zajęła 40 sekund, a Andrzejowi 50 sekund. Masa każdego chłopca wynosi 60 kg.

a) Który z nich wykonał większą pracę?
b) Który z nich wykazał się większą średnia mocą?
c) Wyjaśnij niewłaściwe postępowanie chłopców.

a) Rozwiązanie:

$$W = mgh$$

$$W = 60kg \bullet 10\frac{m}{s^2} \bullet 8m$$

$$W = 4800\,J$$

Odpowiedź: Obaj wykonali taką samą pracę, bo pokonali jednakową wysokość i mają tę samą masę ciała.

b) Rozwiązanie:

$$P_M = \frac{4800J}{40s} = 120W$$

Odpowiedź: Marek wykazał się średnią mocą 120 watów.

$$P_A = \frac{4800\,J}{50\,s} = 96W$$

Odpowiedź:
Andrzej wykazał się średnią mocą 96 watów.

c) Wchodzenie na słupy jest niebezpieczne, bo możne dojść do śmiertelnego porażenia prądem elektrycznym. Można też bardzo łatwo z nich spaść i doznać urazu.

Zadanie 4
Wiadomo ze statystyk, że nadmierna prędkość jest przyczyną wielu wypadków. Posługując się zdobytą wiedzą i danymi z tabeli wyznacz wzór na długość drogi hamowania. Czy droga hamowania zależy od masy samochodu?

Oblicz długość tej drogi w zależności od nawierzchni dla prędkości 40 km/h i 120 km/h.

Współczynnik tarcia na granicy poślizgu między oponą i jezdnią (wartości przybliżone)	
dla nawierzchni suchej	$\mu_1 = 1.5$ (56% dróg w Polsce)
dla nawierzchni mokrej	$\mu_2 = 0{,}7$

Rozwiązanie:

Korzystając z równoważności energii oraz pracy należy ułożyć równanie:

$$E_k = W$$

$\frac{m \cdot v^2}{2} = F_h \cdot d$ gdzie: *E_k – energia kinetyczna pojazdu*

W – praca wykonana przez pojazd przeciwko sile tarcia

m – masa pojazdu

v – jego prędkość

F_h – siła hamowania na granicy poślizgu kół

d – długość drogi hamowania

Wyznaczając z powyższego wzoru d otrzymujemy:

$$d = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot F_h}$$

Przypominamy, że maksymalna siła hamowania jest równa sile tarcia na granicy poślizgu, czyli:

$F_h = N \cdot \mu$ gdzie: N – siła nacisku równa

N = m·g stąd:

$F_h = m \cdot g \cdot \mu$ Otrzymaną wartość podstawiamy do wzoru na d:

$d = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{2 \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot \mu}$ ostatecznie otrzymujemy wzór:

$d = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \mu}$ jest to długość drogi hamowania bez uwzględnienia tzw. czasu reakcji kierowcy

Wniosek: Długość drogi hamowania nie zależy od masy pojazdu. Jest to długość drogi hamowania bez uwzględnienia czasu reakcji kierowcy. Można przyjąć, że wynosi on 0,7 sekundy. Dlatego powyższy wzór należy uzupełnić o czynnik: $v \cdot t_r$ (t_r – czas reakcji, v – prędkość, z jaką rozpoczęto hamowanie).

$$d = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \mu} + v \cdot t_r$$

W celu wykonania dalszych obliczeń należy zamienić jednostki prędkości na [m/sek]:

$40\frac{km}{h} = 40 \cdot \frac{1000\,m}{3600\,s} \approx 11\frac{m}{s}$, $v_1^2 = 121$, podobnie:

$120\frac{km}{h} = 120 \cdot \frac{1000\,m}{3600\,s} \approx 33\frac{m}{s}$, $v_2^2 = 1089$

Obliczamy drogę hamowania dla nawierzchni suchej:

- dla v = 40 km/h

$$d_1 = \frac{121}{2 \cdot 10 \cdot 1{,}5} + 11 \cdot 0{,}7 \cong 11{,}7\,m$$

- dla v - 120 km/h

$$d_2 = \frac{1089}{2 \cdot 10 \cdot 1{,}5} + 33 \cdot 0{,}7 \cong 59{,}4\,m$$

Obliczamy drogę hamowania dla nawierzchni mokrej:

- dla v = 40 km/h

$$d = \frac{121}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}7} + 11 \cdot 0{,}7 \cong 16{,}3\,m$$

- dla v = 120 km/h

$$d = \frac{1089}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}7} + 33 \cdot 0{,}7 \cong 100{,}9\,m$$

Wnioski:

1. Droga hamowania znacznie wydłuża się przy wzroście prędkości.
2. Na nawierzchni mokrej należy poruszać się z małą prędkością ze względu na słabą przyczepność opon i znaczne wydłużenie się drogi hamowania.
3. Przepisy ruchu drogowego ograniczające prędkość uwzględniają uzależnioną od niej drogę hamowania.

V. Ciekawostki przyrodnicze

Zadanie 1.

Pszczoły, aby wyprodukować łyżeczkę miodu- około 4 cm^3 – muszą „odwiedzić” około 18.000 kwiatów. Z ilu kwiatów muszą zebrać nektar, by wyprodukować litr miodu?

P.S.: Uzasadnij przysłowie: *Pracowity jak pszczoła*.

Rozwiązanie:

1. Obl. ile łyżeczek miodu przypada na jeden litr:
2.

$$1\ l = 1000\ cm^3$$

$$1000\ cm^3 : 4\ cm^3 = 250\ \text{łyżeczek}$$

3. Obl. ile kwiatów muszą „odwiedzić” pszczoły, by wyprodukować litr miodu:

$$250 \cdot 18.000 = 4.500.000\ \text{kwiatów.}$$

Odpowiedź: Pszczoły muszą zebrać nektar z około 4.500.000 kwiatów.

Zadanie 2.

Zdrowe drzewo produkuje w ciągu godziny średnio 1200 litrów tlenu. Zapotrzebowanie człowieka wynosi około 60 litrów tlenu na godzinę, natomiast samochód zużywa średnio około 6000 litrów tego gazu na godzinę.

a) Ile drzew potrzeba, by zaspokoić potrzeby 100.000 miasta (nie licząc potrzeb samochodów!)?

b) Oblicz powierzchnie obszaru leśnego w hektarach przyjmując, że drzewo potrzebuje około 20 m^2 powierzchni wokół pnia.

c) Na podstawie dokonanych obliczeń oraz biorąc pod uwagę liczbę samochodów w mieście i natężenie ruchu napisz, dlaczego powinniśmy wszyscy dbać o właściwy stan lasów i terenów zielonych.

ad a) Rozwiązanie:

1. Obl. ilość tlenu potrzebną do oddychania ludziom przez godzinę:

$$100.000 \cdot 60l = 6.000.000l\ tlenu$$

2. Obl. liczbę drzew potrzebnych do wyprodukowania tej ilości tlenu:

$$6.000.000 : 1.200 = 5.000\ drzew$$

ad b) Rozwiązanie:

$$5.000 \cdot 20m^2 = 100.000m^2\ powierzchni$$

$$100.000m^2 : 10.000m^2 = 10ha$$

Odpowiedź: Tej liczbie ludzi do oddychania wystarczy 5000 drzew zajmujących około 10 lasu.

Zadanie 3

Największe drzewa na świecie to sekwoje olbrzymie. Jedno z nich, nazwane Generał Grant, ma 91,5 m wysokości i 24,3 m w obwodzie. Odlicz średnicę tego drzewa i jego masę przyjmując, że jest walcem o podanych wymiarach i przyjmując gęstość drewna około 700 kg/m^3.

Rozwiązanie:

$m = V \cdot \rho$, gdzie: m – masa drzewa
V – jego objętość
P –gęstość drewna

Obliczam objętość drzewa:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

gdzie: r – promień drzewa
h – wysokość drzewa

stąd:

$m = \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot \rho$

Należy zauważyć, że trzeba obliczyć promień drzewa ze wzoru:
$L = 2 \cdot \pi \cdot r$ czyl
$2 \cdot \pi \cdot r =$ 24,3 m po przekształceniu

średnica: $2r = \frac{L}{\pi} \approx \frac{24,3}{3,14} \approx 7,8\ m$

promień: $r = \frac{L}{2\pi} \approx \frac{24,3}{6,28} \approx 3,9\ m$

Obl. masę drzewa:

$$m = 3,14 \cdot (3,9)^2 \cdot 91,5 \cdot 700 = 3.058.990\ kg$$
$$m \approx 3.059\ ton$$

Odpowiedź:
Masa tego drzewa wynosi około 3.059 ton.

Zadanie 4

Dorosły brunatny niedźwiedź z Kamczatki ma 3 m długości i masę 550 kg. Przyrodnicy wiedzą, że długość zwierzęcia jest wprost proporcjonalna do jego masy. Dlatego w celu wyznaczenia ich masy badacze usypiają je i mierzą od czubka nosa do nasady ogona. Oblicz masę misia mającego długość 180 cm.

Rozwiązanie:

Należy ułożyć proporcję, np.:

$\frac{\mathbf{300\ cm}}{\mathbf{550\ kg}} = \frac{\mathbf{180\ cm}}{\boldsymbol{M}}$ M – szukana masa niedźwiedzia

Po przekształceniu:
$M = \frac{180\ cm}{300\ cm} \cdot 550\ kg$

$M = 330\ kg$

Odpowiedź:
Zmierzony przez badaczy niedźwiedź ma masę 300 kg.

VI. Żywienie i zdrowie

Zadanie 1.

Średniej wielkości jabłko (154 g) zawiera m.in. 8 mg witaminy C – 8% dziennego zapotrzebowania, 5 g włókna roślinnego – 20 % dziennego zapotrzebowania, raz 0,25 mg żelaza – 2% dziennego zapotrzebowania. Oblicz dzienne zapotrzebowanie na witaminę C, włókno roślinne i żelazo. Wymień inne produkty zawierające te składniki odżywcze.

Rozwiązanie:

I. Obl. dzienne zapotrzebowanie na witaminę C:

$$\frac{8mg}{8\%} = \frac{m}{100\%}$$

$$\underline{m = 100mg}$$

II. Obl. dzienne zapotrzebowanie na włókno roślinne:

$$\frac{5g}{20\%} = \frac{w}{100\%}$$

$$\underline{w = 25g}$$

II. Obl. dzienne zapotrzebowanie na żelazo:

$$\frac{0{,}25mg}{2\%} = \frac{z}{100\%}$$

$$\underline{z = 12{,}5mg}$$

Odpowiedź: Organizm człowieka potrzebuje codziennie 12,5 mg żelaza, 25 g włókna roślinnego i 100 mg witaminy C.

Praca samodzielna: Na podstawie dostępnych źródeł informacji odpowiedz na pytanie: Które produkty należy uwzględnić w posiłkach, by zaspokoić wymienione w zadaniu potrzeby? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2.

Człowiek może bez szkody dla zdrowia oddychać w atmosferze zawierającej nie mniej niż 19 % tlenu. Podczas snu zużywa około 750 cm^3 tlenu na minutę. Oblicz minimalną objętość powietrza potrzebną do siedmiogodzinnego snu.

Czy Twój pokój spełnia obliczone przez ciebie normy? Uzasadnij radę, by przed snem dobrze przewietrzyć sypialnię.

Rozwiązanie:

1) Obliczenie ilość tlenu potrzebnej do oddychania w czasie 7 godzin:

$$V_t = 7 \cdot 60 \cdot 0{,}75 l = 315 litrów$$

2) Ułożenie układu równań w celu obliczenia minimalnej objętości powietrza:

$$\frac{T}{p} = \frac{21}{79} \quad \text{oraz} \quad \frac{T - 315}{p} = \frac{19}{81} \quad \text{gdzie:}$$

T – szukana objętość tlenu,
p – objętość pozostałych gazów

$$\begin{cases} 79T - 21p = 0 \\ 81T - 19p = 25515 \end{cases}$$ po rozwiązaniu układu równań:

T = 2700 litrów,
p = 13.000 litrów
Powietrze to suma tych składników:

$2700\ l + 13.000\ l = 15.700\ l \approx 16 m^3$

Komentarz w formie wspólnie zredagowanej odpowiedzi – notatki zamieszczony pod rozwiązaniem zadania.

VII. Statystyka.

VII. 1. Projekt

Temat: Badanie zależności masy ciała od wzrostu wychowanków Zakładu Poprawczego w Raciborzu.

1. Praca samodzielna:

Uczniowie zbierają potrzebne dane w swoich grupach internatowych i układają w tabelki, porządkując dane rosnąco według wzrostu:

l. p	Wzrost (cm)	Masa ciała (kg)
1. 2. 3.		

2. Lekcja I:

Obliczanie średnich arytmetycznych wieku i wzrostu w poszczególnych grupach wiekowych z zestawów danych.

a) interpretacja otrzymanych wyników,
b) wprowadzenie pojęcia rozrzutu danych. Problemy: różnice miedzy ludźmi to wada czy zaleta? Czym jest brak tolerancji?

3. Lekcja II:

Na lekcji dane są porządkowane i wpisane do jednej zbiorczej tabeli (wg wzoru powyższej tabelki):

a) opracowanie efektywnego sposobu porządkowania danych z kilku źródeł,
b) sporządzenie tabeli zbiorczej,
c) wstępna interpretacja otrzymanych danych:
   - uogólnienie: wraz ze wzrostem rośnie też masa ciała,
   - wskazanie licznych odstępstw od reguły,
   - udzielenie odpowiedzi na pytanie: jaki jest sens tworzenia reguł?
   -

4. Lekcja III:

Sporządzenie zbiorczego diagramu punktowego zależności masy ciała od wzrostu wychowanków.

Obserwacja „zagęszczania się” wyników w pewnym obszarze.

Standaryzowanie diagramu wokół „zagęszczenia danych”. Wprowadzenie określeń: nadwaga i niedowaga ciała.

Udzielenie odpowiedzi na pytania:

1. Do czego mogą służyć otrzymane wyniki?
2. Dlaczego należy dbać o właściwą masę ciała?

VII. 2. Zadania

Zadanie 1.

Korzystając z danych w tabeli dokończ tabelę i zbuduj diagram kolumnowy procentowej zależności bezrobotnych od stopnia wykształcenia. Sformułuj wnioski.

Struktura bezrobocia wg wykształcenia w województwie śląskim w 2010 r.		
wykształcenie	***liczba bezrobot-nych***	***procent bezrobotnych***
wyższe	1511	
średnie zawodowe	7751	
średnie ogólnokształcące	2807	
zasadnicze zawodowe	12252	
podstawowe, gimnazjalne i niepełne	11879	
Suma bezrobotnych		

Rozwiązanie:

I. Obliczenie sumy bezrobotnych:

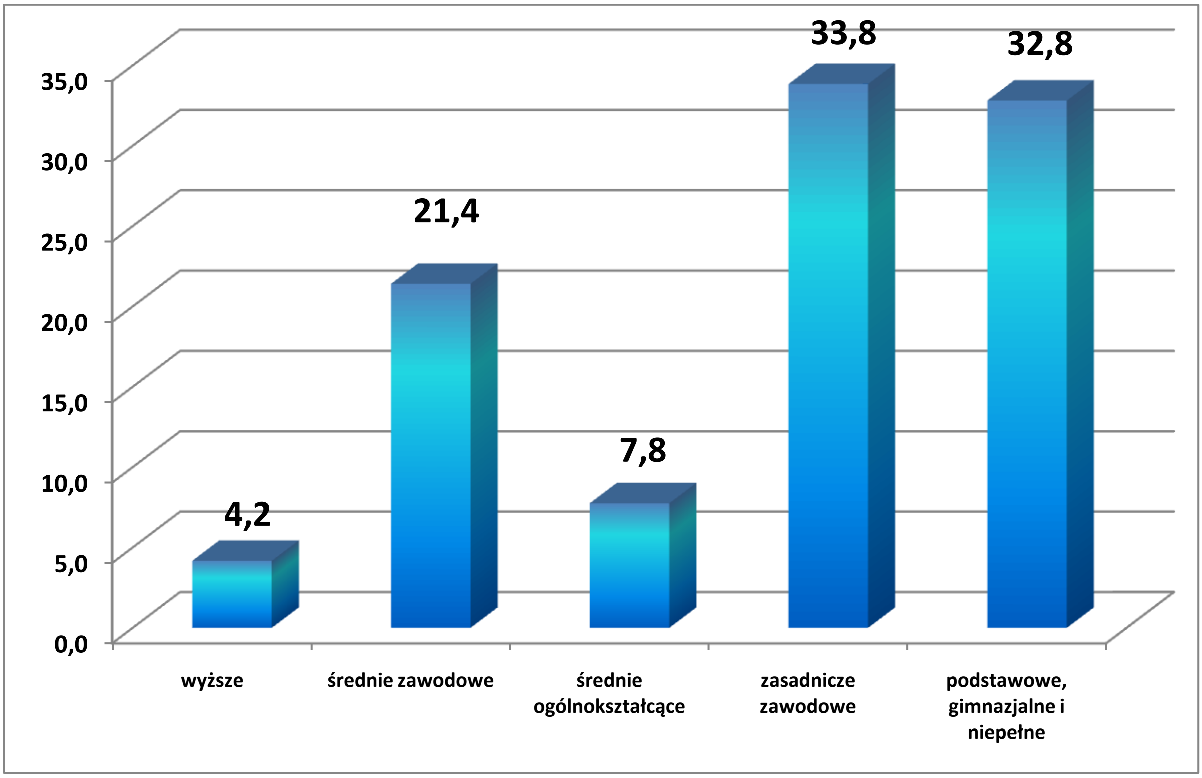
$$1511 + 7751 + 2807 + 12252 + 11879 = 36.200$$

Obliczenie udziału procentowego poszczególnych grup bezrobotnych:

np.: $\frac{211}{4711} \cdot 100\% = 4,48\%$

Pozostałe obliczenia uczniowie podzieleni na grupy wykonują sami.

II. Wykonanie diagramu:

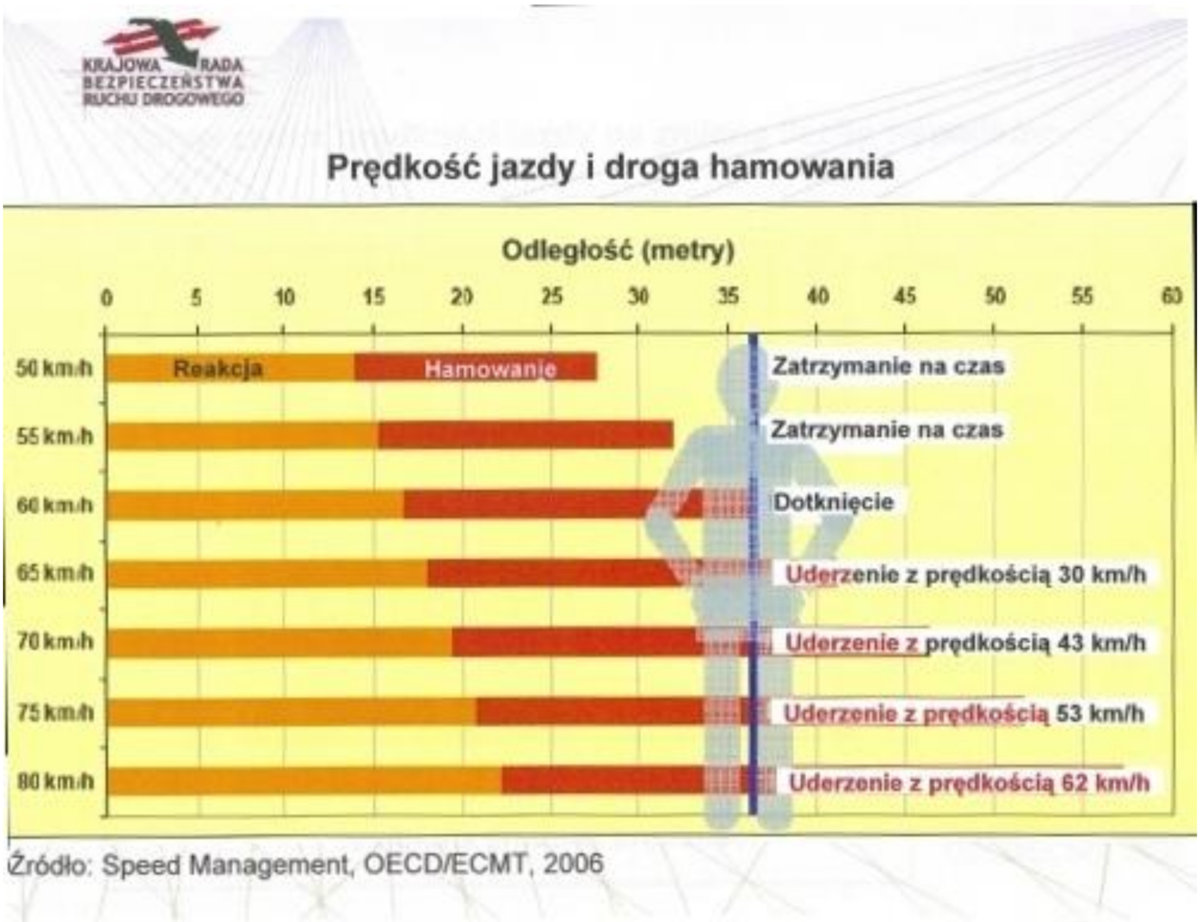


Wnioski: (*oczekiwane*)
Mała część młodzieży kończy edukacje na gimnazjum lub szkole podstawowej, dlatego bezrobotnych w tej grupie jest mniej niż po szkole zawodowej
Podnosząc swoje kwalifikacje i wykształcenie mogę łatwiej znaleźć zatrudnienie.

Zadanie 2.

Uzasadnij konieczność przestrzegania prawa o ruchu drogowym dotyczącego ograniczenia prędkości na podstawie diagramu[2].

2 źródło: http://matipl.pl/wp-content/uploads/image/predkosc_hamowanie.jpg



Zalecenia wychowawcze i resocjalizacyjne do dyskusji:

- uzasadnienie respektowania prawa, nie tylko o ruchu drogowym
- zapewnienie poczucia bezpieczeństwa
- zapewnienie równości traktowania przez prawo wszystkich obywateli\
- odpowiedzialność obywatelska za podporządkowanie się prawu dla sprawnego funkcjonowania społeczeństwa.

VIII. Energia słoneczna

Dane do zadań:

- obszar Polski: 312.685 km^2,
- stała słoneczna: 1,37 kW/m^2 przez średnio 1600 słonecznych godzin w roku w Polsce,
- zużycie energii elektrycznej w Polsce: około $1,5 \cdot 10^{11}$ kWh (Rocznik Statystyczny 2000),
- zużycie energii cieplnej w Polsce: około $2 \cdot 10^{11}$ kWh (Rocznik Statystyczny 2000),
- cena 1 kWh energii elektrycznej: około 30 gr.

Zadanie 1.

Kolektor słoneczny o powierzchni 6 m^2 dostarcza w słoneczny dzień 400 W energii cieplnej. Oblicz czas potrzebny do ogrzania 100 l wody od $t_1 = 15$ °C do $t_2 = 50$ °C. Ciepło właściwe wody c = 4200J/kg·°C.

Rozwiązanie:

Z analizy zadania wynika, że energia słoneczna jest zamieniona na energię cieplną. Uwzględniając moc kolektora otrzymujemy ogólny wzór:

$$\Delta E = P \cdot t$$

Wyznaczamy t:

$$t = \frac{\Delta E}{P}$$

gdzie: ΔE – energia słoneczna
t – czas potrzebny do ogrzania wody
P – moc kolektora słonecznego

1. Obliczam potrzebną energię:

$$\Delta E = \Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta t$$

gdzie: ΔQ – energia potrzebna do ogrzania wody
Δt – różnica temperatur: $t_2 - t_1$

Obliczenia pomocnicze: m = 100 l · 1kg/l = 100 kg

$\Delta t = t_2 - t_1 = 50\ °C - 15\ °C = 35°C$

$$\Delta E = 100\ kg \cdot 4200 \mathrm{J/kg} \cdot °\mathrm{C} \cdot 35°\mathrm{C}$$

$$\Delta E = 14700000\ J$$

2. Obliczam czas ogrzewania:

$$t = \frac{14700000\ J}{400\ W}$$

$$t = 36750\ s = 10\ h\ 12 \min 30\ sek$$

Odp. Czas ogrzewania wody wyniesie $10\ h\ 12 \min 30\ sek$.

Praca samodzielna: Ile kolektorów słonecznych należy zainstalować np. na dachu budynku, by skrócić czas ogrzewania do około trzech godzin.

Przewidywana odpowiedź: Należy zainstalować trzy kolektory słoneczne. Wtedy czas ogrzewania skróci się do około 3 h 24 min.

Zadanie 2.

Oszacuj energię padającą od Słońca na obszar Polski w ciągu roku i porównaj ją z zapotrzebowaniem Polski. Sformułuj wniosek dotyczący zasobów energii słonecznej.

Rozwiązanie:

Obl. energię dostarczaną przez Słonce na obszar Polski:

$$312.685\ km^2 = 312.685 \cdot 10^6\ m^2$$

$$312.685 \cdot 10^6 \cdot 1{,}37 \cdot 1600 \approx 6{,}85 \cdot 10^{14}\ kWh$$

Porównuję tę energię z naszym zapotrzebowaniem:

$$\frac{6{,}85 \cdot 10^{14}}{3{,}5 \cdot 10^{11}} \approx 1957$$

Spostrzeżenie: *Na obszarze Polski otrzymujemy od Słońca prawie 2000 razy więcej energii, niż wynoszą nasze potrzeby.*

Wspólne formułowanie wniosku lub wyegzekwowanie go jako pracy samodzielnej.

IX. Zadania kalkulacyjne.

Zadanie 1.
Osoba będąca w potrzebie poprosiła Cię o kubek wrzątku (0,25 l). oszacuj koszt zagotowanie tej objętości wody przyjmując jej początkową temperaturę 15°C. Koszt jednej kWh energii elektrycznej, to około 0,40 zł.

Rozwiązanie (szkic):

Dane:

$c_w = 4200 \frac{J}{℃ \cdot kg}$

$\Delta t = 85°C$

Energia potrzebna do zagotowania wody:

$Q = m \cdot c_w \cdot \Delta t$

$Q = 0{,}25\ kg \cdot 4200 \frac{J}{℃ \cdot kg} \cdot 85\ ℃$

$Q = 89.250\ J$

Następnie, wiedząc, że 1 kWh = 3.600.000 J, należy ułożyć proporcję, w której „x" oznacza koszt zagotowania wody:

$$\frac{0{,}40}{3.600.000\ J} = \frac{x}{89.250\ J}$$

Po przekształceniach i obliczeniach:

x = 0,01 zł

Odp.: Koszt zagotowania tej ilości wody wynosi około 1 grosz.
Po rozwiązaniu zadania stosowny komentarz powinien uwzględnić zaspokojenie potrzeby drugiego człowieka w zasadzie bez żadnych kosztów własnych oraz, dlaczego należy pomagać innym. Czy życie wtedy staje się łatwiejsze i lepsze?

Zadanie 2.
Oblicz, ile złotych możesz wydać tygodniowo i codziennie, jeżeli:
- zarabiasz 1600 zł miesięcznie,
- czynsz za mieszkanie wynosi 250 zł

– za energię elektryczną płacisz co drugi miesiąc 160 zł,
– za zużycie wody płacisz co miesiąc 50 zł,
– za zużycie gazu płacisz co miesiąc 80 zł.

Rozwiązanie:
Obliczam sumę opłat stałych:

250 zł + 80 zł + 50 zł + 80 zł = 460 zł

Obliczam sumę, która pozostaje do mojej dyspozycji:
1600 zł – 460 zł = 1140 zł

W ciągu tygodnia mogę wydać:
1140 zł : 4 tygodnie = 285 zł.

Codziennie mogę wydać:
285 zł : 7 ≈ 40 zł

Czy Twoje możliwości finansowe pozwalają na wzięcie kredytu?
Napisz, jak możesz poprawić swój byt materialny.

Zadanie 3.

Zarabiasz 1600 zł, a twoja żona 1400 zł. Czy możecie wziąć kredyt, który trzeba spłacać po 200 zł miesięcznie, jeżeli:

– czynsz wynosi 250 zł,
– za energię elektryczną płacisz co drugi miesiąc 200 zł,
– za zużycie wody płacisz co miesiąc 80 zł,
– za zużycie gazu płacisz co miesiąc 90 zł,
– abonament za telefon – 60 zł

Rozwiązanie:

Nasze łączne zarobki:
1600 zł + 1400 zł = 3000 zł

Obliczam sumę opłat stałych:
250 zł + 200 zł + 80 zł + 90 zł + 60 zł = 680 zł

Obliczam sumę, która pozostaje do naszej dyspozycji:
3000 zł – 680 zł = 2320 zł

Po odliczeniu raty kredytu pozostanie nam:
2320 zł – 200 zł = 2120 zł

W ciągu tygodnia mogę wydać:
2120 zł : 4 = 530 zł.

Codziennie mogę wydać:
530 zł : 7 = 75,70 zł

Odpowiedź: Kredyt można zaciągnąć.
Praca samodzielna: Czy wydawanie codziennie kwoty 75,70 zł jest uzasadnione. Jak można realizować oszczędzanie środków finansowych?

Zadanie 4.

Chcesz zaciągnąć w banku pożyczkę 1500 zł z odsetkami 18% w stosunku rocznym. Wykonaj symulację spłaty kredytu. Oblicz sumę odsetek oraz oblicz, jakim są one procentem kwoty kredytu?

Rozwiązanie: Uczeń wykonuje obliczenia wstępne:

1) Oblicza odsetki za jeden miesiąc: 18% : 12 = 1,5%,
2) Oblicza „stałą część" miesięcznej raty: 1500 zł : 12 = 125 zł
3) Wypełnia tabelkę:

L.p.	**Kredyt**	**Rata stała**	**Odsetki 1.5%**	**Rata całkowita**	**Pozostało do spłaty**
1	1 500 zł	125 zł	22,50 zł	147,50 zł	1 375 zł
2	1 375 zł	125 zł	20,63 zł	145,63 zł	1 250 zł
3	1 250 zł	125 zł	18,75 zł	143,75 zł	1 125 zł
4	1 125 zł	125 zł	16,88 zł	141,88 zł	1 000 zł
5	1 000 zł	125 zł	15,00 zł	140,00 zł	875 zł
6	875 zł	125 zł	13,13 zł	138,13 zł	750 zł
7	750 zł	125 zł	11,25 zł	136,25 zł	625 zł
8	625 zł	125 zł	9,38 zł	134,38 zł	500 zł
9	500 zł	125 zł	7,50 zł	132,50 zł	375 zł
10	375 zł	125 zł	5,63 zł	130,63 zł	250 zł
11	250 zł	125 zł	3,75 zł	128,75 zł	125 zł
12	125 zł	125 zł	1,88 zł	126,88 zł	0 zł
		suma odsetek: 146,25 zł			

Oblicza, jaki procent stanowi suma odsetek od kwoty kredytu:

$$x = \frac{146{,}25 \cdot 100\%}{1500} = 9{,}75\%$$

Zastanów się i wyjaśnij otrzymany wynik.

Zadanie 5.

Łączna powierzchnia ścian w twoim pokoju wynosi 32 m^2. dysponując kwotą 110 zł podejmij decyzję i oblicz koszt remontu mieszkania, jeżeli:

- rolka tapety I kosztuje 24 zł i można nią pokryć 7 m^2,
- rolka tapety II kosztuje 20 zł i można nią pokryć 5 m^2,
- rolka tapety III kosztuje 12 zł i można nią pokryć 6 m^2, ale wymaga ona jeszcze malowania,
- opakowanie farby na 20 m^2 kosztuje 8 zł,
- opakowanie kleju do tapet na 40 m^2 kosztuje 12 zł.

Wszystkie prace wykonasz samodzielnie.

Rozwiązanie:

- Tapeta I: 32 m^2 : 7 m^2 = 5 rolek
  5 • 24 zł = 120 zł, 120 zł + 12 zł = <u>**132 zł**</u>
- Tapeta II: 32 m^2 : 5 m^2 = 7 rolek
  7 • 20 zł = 140 zł, 140 zł + 12 zł = <u>**152 zł**</u>
- Tapeta III: 32 m^2 : 6 m^2 = 6 rolek
  6 • 12 zł = 72 zł, 72 zł + 12 zł = 84 zł
  kosz farby: 2 • 8 zł = 16 zł
  kosz łączny: 84 zł + 16 zł = <u>**100 zł**</u>

Odpowiedź: (oczekiwana) Należy zakupić tapetę III wraz z klejem i farbą.
(alternatywna) Zaoszczędzę jeszcze około 50 zł i remont przeprowadzę w przyszłym miesiącu. Zakupię tapetę I lub II.

Zadanie 6.

System d'Hundta pozwala na wyznaczenie liczby miejsc w parlamencie na podstawie wyników wyborów. Kierując się „wynikami wyborów” z tabeli, a następnie postępując zgodnie z poleceniami wyznacz liczbę miejsc w parlamencie dla poszczególnych partii.

Nazwa partii	**Liczba uzyskanych głosów**
Partia Blondynek	6580
Partia Ogrodników	3060
Partia Wędkarzy	4800
Partia Turystów	8740
Liczba mandatów w okręgu tych partii	5

(procedura wyznaczania miejsc w parlamencie w raz z przykładowymi obliczeniami)

1° Każdą liczbę podziel kolejno przez 1,2,3,4 i 5 (bo tyle jest mandatów do podziału). Wyniki zamieść w tabeli zaokrąglając je do liczb całkowitych:

dzielnik	**6580**	**3060**	**4800**	**8740**
1	6580	3060	4800	8740
2	3290	1530	2400	4370
3	2193	1020	1600	2913
4	1645	765	1200	2185
5	1316	612	960	1748

2° Z uzyskanych wyników wybierz pięć największych liczb (zaznaczone w tabeli na zielono) i ustaw malejąco. Przypisz liczbom właściwe partie:

1. 8740 – Partia Turystów
2. 6580 – Partia Blondynek
3. 4800 – Partia Wędkarzy
4. 4370 – Partia Turystów
5. 3290 – Partia Blondynek

3° Ustalenie liczby mandatów:

Partia Blondynek – 2 posłów w parlamencie
Partia Turystów – 2 posłów w parlamencie
Partia Wędkarzy – 1 poseł w parlamencie
Partia Ogrodników – bez mandatu

Wniosek: ten system preferuje partie silne, a eliminuje parte słabsze.

Zadanie 7. *(zaokrąglenia i przybliżenia)*

Kierowca mając 50 zł zakupił paliwo. Licznik na dystrybutorze wskazywał wydanie 12, 59 l etyliny oraz kwotę 49, 98 zł. Oblicz cenę litra paliwa z dokładnością do 1 gr. Uzasadnij praktyczne zastosowanie zaokrągleń.

Rozwiązanie:

$$49{,}98\ zł : 12{,}59\ l \cong 3{,}969817\ \text{zł/litr}$$

Po zaokrągleniu: cena litra etyliny wynosi 3,97 zł.

Sprawdzenie:

$$12{,}59\ l\ \cdot 3{,}97\frac{zł}{l} = 49{,}9823\ zł\ \cong 49{,}98\ zł$$

Odpowiedź: Litr etyliny kosztuje 3,97 zł.

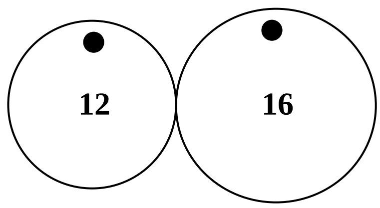
Konieczność zaokrąglenia obliczeń do setnych części złotówki wynika z tego, że najmniejszą jednostką monetarną jest 1 grosz.

X. Przykłady rozwiązań metodycznych

Zadania wprowadzające do najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW). Wizualizacja zagadnienia.

Zadanie 1.

Przekładania zębata składa się z dwóch kół z których mniejsze ma 12 zębów, a większe 16 zębów. Jaką najmniejszą liczbę obrotów musi wykonać mniejsze koło, by duże znalazło się w pozycji wyjściowej (pozycja punktów na obu kolach jak na rysunku).



Rozwiązanie:

Liczymy pełne obroty dużego koła w stosunku do obrotu koła małego:

Jeden obrót małego koła = 12 zębów

obrót dużego koła = $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Dwa obroty małego koła = 24 zęby

obrót dużego koła = $\frac{24}{16} = 1\frac{8}{16} = 1\frac{1}{2}$

Trzy obroty małego koła = 36 zębów

obrót dużego koła = $\frac{36}{16} = 2\frac{4}{16} = 2\frac{1}{4}$

Cztery obroty małego koła = 48 zębów

obrót dużego koła = $\frac{48}{16} = \mathbf{3}$

Odpowiedź: Duże koło wykona 3 pełne obroty, gdy koło małe wykona 4 obroty.

Zadanie 2.

Brukarz układa dwa rzędy kwadratowych płytek o bokach 15 cm i 25 cm. Po ile co najmniej płytek każdego rodzaju należy ułożyć, by ich czoła znalazły się na jednej linii?

Rozwiązanie:

Liczymy układane płytki:

krok I.

płytki mniejsze: $\mathbf{1} \cdot 15\ cm = 15\ cm$
płytki większe: $1 \cdot 25\ cm = 25\ cm$

krok II.
płytki mniejsze: $\mathbf{2} \cdot 15\ cm = 30\ cm$
płytki większe: $2 \cdot 25\ cm = 50\ cm$

krok III.
płytki mniejsze: $\mathbf{3} \cdot 15\ cm = 45\ cm$
płytki większe: $3 \cdot 25\ cm = 75\ cm$

krok IV.
płytki mniejsze: $\mathbf{4} \cdot 15\ cm = 60\ cm$
płytki większe: $3 \cdot 25\ cm = 75\ cm$

krok V.
płytki mniejsze: $\mathbf{5} \cdot 15\ cm = 75\ cm$
płytki większe: $3 \cdot 25\ cm = 75\ cm$

Odpowiedź: Po ułożeniu 5 mniejszych i 3 większych płytek ich czoła będą na jednej linii.

Dopiero po rozwiązaniu tych zadań należy wprowadzić pojęcie NWW.

Zadanie 3. (np. jako praca do samodzielnego wykonania)
Opierając się na wynikach zadań 1 i 2 sprawdź, że NWW (12;16) = 48 oraz NWW (15;25) = 75

Zadanie 4. (np. jako praca do samodzielnego wykonania)
Znajdź NWW (12;18)

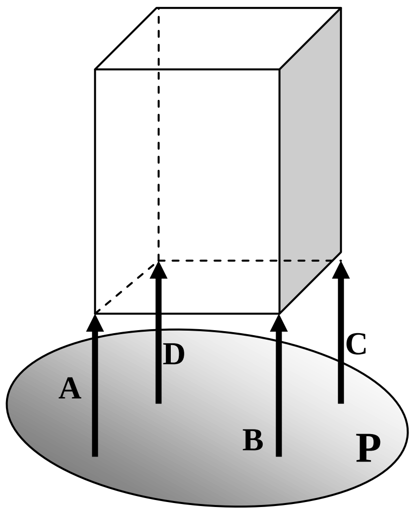
Oczekiwane rozwiązanie ucznia:
Krok I:
$2 \cdot 12 = 24$
$2 \cdot 18 = 36$

krok II
$3 \cdot 16 = 36$
$3 \cdot 18 = 36$

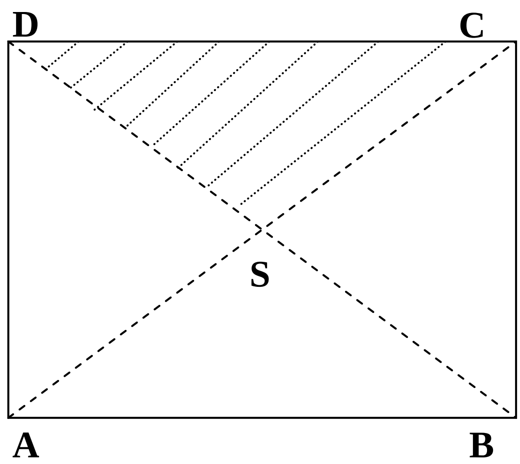
Odpowiedź:
NWW (12;18) = 36

Zadanie 4

Prostopadłościan (jak na rysunku) stoi na czterech pionowych podporach A, B, C i D umieszczonych w jego wierzchołkach. Po wyciągnięciu podpory A i jej ponownym włożeniu obiekt nie przewrócił się. Podobnie dla podpory B. Na płaszczyźnie P wyznacz obszar, w którym znajduje się rzut środka ciężkości. (*zdanie jest pomocne przy wprowadzaniu pojęcia części wspólnej zbiorów*)



Rozwiązanie** (szkic)**:
Sporządzamy prostokąt ABCD. Po wyciągnięciu podpory A rzut środka ciężkości musi znajdować się wewnątrz obszaru DBC. Dla wyciągniętej podpory B rzut musi pozostać w obszarze ACD. Jeżeli konstrukcja nie przewraca się, to znaczy, że rzut środka ciężkości znajduje się w części wspólnej wymienionych obszarów DSC.



Zadanie 5

(Powtórzenie dodawania i dzielenia pisemnego, powtórzenie (wprowadzenie) nazw *część całkowita i reszta z dzielenia*, relacja większości i mniejszości.)

Wyznacz liczbę parlamentarzystów z każdej partii metodą największych reszt (metoda Hare'a) postępując według podanego planu:

Dane:

Nazwa partii	**Liczba uzyskanych głosów**
Partia Blondynek	6580
Partia Ogrodników	3060
Partia Wędkarzy	4800
Partia Turystów	8740
Liczba mandatów w okręgu tych partii	5

Plan ustalania liczby mandatów:

1. Oblicz, ile głosów łącznie oddano na wszystkie partie.
2. Oblicz, współczynnik, tzw. *normę reprezentacji*:
$$n_r = \frac{liczba\ oddanych\ głosów}{liczba\ mandatów}$$
3. Podziel liczby głosów, uzyskanych przez poszczególne partie, przez n_r. Liczba całkowita jest liczbą mandatów (liczba posłów np. do Sejmu) przysługujących danej partii.
4. Jeżeli nie wyczerpano przysługujących mandatów, pozostałe mandaty przydziel według największych reszt z wyników dzielenia.

Rozwiązanie:

1. Obliczmy sumę głosów:

$$6580 + 3060 + 4800 + 8740 = 23180$$

2. Wyznaczam współczynnik n_r:

$$n_r \frac{23180}{5} = 4636$$

3. Dzielimy liczby oddanych głosów przez 4636 i zapisujemy całkowite części wyników:

Nazwa partii	**Liczba uzyskanych głosów**	**Dzielnik n_r**	**Wynik dzielenia (liczba całkowita)**
Partia Blondynek	6580	4636	1,419
Partia Ogrodników	3060	4636	0,660
Partia Wędkarzy	4800	4636	1,035
Partia Turystów	8740	4636	1,885

Ustalenie liczby mandatów dla poszczególnych partii:

Nazwa partii	**Liczba mandatów przydzielonych na podstawie części całkowitych ilorazów**	**Liczba mandatów przydzielonych na podstawie największych reszt**	**Łączna liczba mandatów**
Partia Blondynek	1	0	**1**
Partia Ogrodników	0	1	**1**
Partia Wędkarzy	1	0	**1**
Partia Turystów	1	1	**2**

Wniosek *powinien być sformułowany z udziałem uczniów i uwzględniać spostrzeżenie, że metoda Hare'a uwzględnia partie słabsze i nie preferuje partii silnych.*